Introduction : question 2 de l'exercice 99 page 251. Comment déterminer les paramètres m et p d'une fonction affine à partir de deux points connus?

0.0.1 Définition

Soient m et p deux réels fixés.

La fonction f définie par $f(x) = mx + p$ est appelée fonction affine.

- m est appelé **coefficient directeur** de la fonction f. Ou **pente** si le repère est orthonormé.
- p est l'ordonnée à l'origine.

Propriété : f est affine si et seulement si sa représentation graphique est une droite.

Si f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$, on dit que $y = mx + p$ est l'équation réduite de la droite représentant f.

Dans l'ensemble des fonctions affines, on peut distinguer deux cas particuliers :

- Si $p = 0$, f est linéaire. $f(x)$ est alors proportionnel à x.
- Si $m = 0$, f est constante, sa représentation graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses passant par l'ordonnée p.

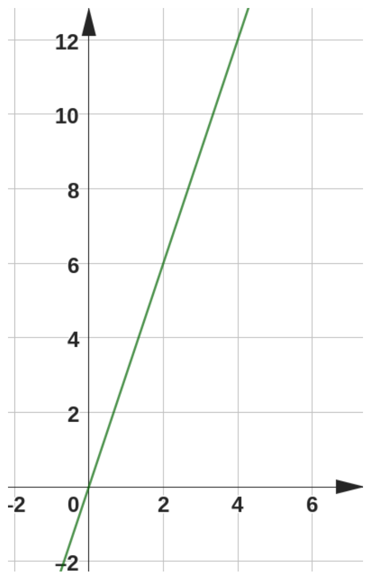
Figure 1: Ci-dessous, 5 kg de tomates coûtent g(5)=15€ .

Exemple : Soit x la quantité de kilogrammes de tomates achetées sur le marché à 3€ le kilogramme. La fonction g définie sur $[0; 50]$ par $g(x) = 3x$ est linéaire.

Sa courbe représentative passe par l'origine du repère.

Cela traduit une relation de proportionnalité entre le prix payé $g(x)$ et x la masse de tomate achetée en kg.

La fonction g est linéaire.



0.0.2 Proportionnalité des accroissements

Propriété : Quels que soient les réels a et b distincts : $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ est le taux d'accroissement de f entre a et b.

Interprétation graphique Connaissant deux points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B,y_B)$ de la droite représentant une fonction affine f, on peut calculer son coefficient directeur pour $x_A \neq x_B$:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

Il est alors possible de déterminer l'équation de (AB) en déterminant p. En effet, **nous savons que les coordonnées de tout point de (AB) vérifient l'équation de (AB).**

Exemple : Soient $A(1;2)$ et $B(2;-1)$, déterminons l'expression de (AB) en calculant m et p.

- $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} =$ ...... (À finir).
- L'équation de (AB) est $y = mx + p$ or $A \in (AB)$ donc $y_A = mx_A + p$.

  Résolvez l'équation obtenue en remplaçant m, x_A, y_A par leur valeurs. On peut bien sûr utiliser les coordonnées du point B au lieu de celles de A. (À finir)

0.0.3 Signe d'une fonction affine

Établir le signe de f sur un intervalle **I**, c'est donner les valeurs pour lesquelles $f(x) = 0$, en déduisant ainsi les intervalles où elle change de signe.

Un tableau de signe d'une fonction affine s'établit facilement à partir de sa représentation graphique. On peut résumer le signe de $mx + p$ avec les tableau de signes suivants:

$m > 0$

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
signe de $mx+p$		$-$	0	$+$	

$m < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
signe de $mx+p$		$+$	0	$-$	

De façon un peu plus subtile, nous pouvons donc synthétiser ces informations dans un seul tableau :

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
signe de $mx+p$		$+$	0	$-$	

0.0.4 Signe d'un produit de facteurs du premier degré

Figure 2: [Illustration David Revoy CC-BY 4.0]