Introduction : question 2 de l'exercice 99 page 251. Comment déterminer les paramètres m et p d'une fonction affine à partir de deux points connus?

0.0.1 Définition

Soient m et p deux réels fixés.

La fonction f définie par $f(x) = mx + p$ est appelée fonction affine.

- m est appelé **coefficient directeur** de la fonction f. Ou **pente** si le repère est orthonormé.
- p est l'ordonnée à l'origine.

Propriété : f est affine si et seulement si sa représentation graphique est une droite.

Si f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$, on dit que $y = mx + p$ est l'équation réduite de la droite représentant f.

Dans l'ensemble des fonctions affines, on peut distinguer deux cas particuliers :

- Si $p = 0$, f est linéaire. $f(x)$ est alors proportionnel à x.
- Si $m = 0$, f est constante, sa représentation graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses passant par l'ordonnée p.

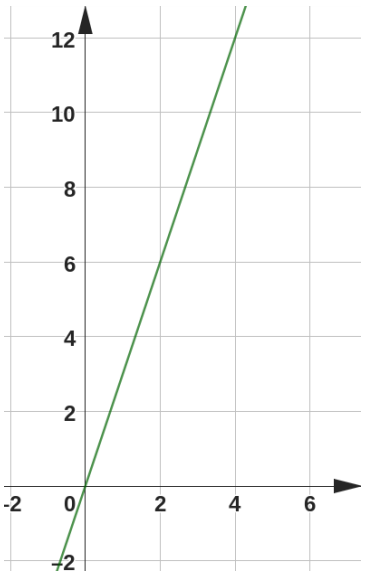
Figure 1: Ci-dessous, 5 *kg* de tomates coûtent g(5)=15€ .

Exemple : Soit x la quantité de kilogrammes de tomates achetées sur le marché à 3€ le kilogramme. La fonction g définie sur $[0; 50]$ par $g(x) = 3x$ est linéaire.

Sa courbe représentative passe par l'origine du repère.

Cela traduit une relation de proportionnalité entre le prix payé $g(x)$ et x la masse de tomate achetée en *kg*.

La fonction g est linéaire.



CC-BY-SA

0.0.2 Proportionnalité des accroissements

Propriété : Quels que soient les réels a et b distincts : $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ est le taux d'accroissement de f entre a et b.

Interprétation graphique Connaissant deux points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B,y_B)$ de la droite représentant une fonction affine f, on peut calculer son coefficient directeur pour $x_A \neq x_B$:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

Il est alors possible de déterminer l'équation de (AB) en déterminant p. En effet, **nous savons que les coordonnées de tout point de (AB) vérifient l'équation de (AB).**

Exemple : Soient $A(1;2)$ et $B(2;-1)$, déterminons l'expression de (AB) en calculant m et p.

- $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} =$ ..... (À finir).
- L'équation de (AB) est $y = mx + p$ or $A \in (AB)$ donc $y_A = mx_A + p$.

  Résolvez l'équation obtenue en remplaçant m, x_A, y_A par leur valeurs. On peut bien sûr utiliser les coordonnées du point B au lieu de celles de A. (À finir)

0.0.3 Signe d'une fonction affine

Établir le signe de f sur un intervalle **I**, c'est donner les valeurs pour lesquelles $f(x) = 0$, en déduisant ainsi les intervalles où elle change de signe.

Un tableau de signe d'une fonction affine s'établit facilement à partir de sa représentation graphique. On peut résumer le signe de $mx + p$ avec les tableau de signes suivants:

$m > 0$ $\qquad\qquad$ $m < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
signe de $mx+p$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
signe de $mx+p$		$+$	0	$-$	

De façon un peu plus subtile, nous pouvons donc synthétiser ces informations dans un seul tableau :

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
signe de $mx+p$		signe de $-m$	0	signe de m	

0.0.4 Signe d'un produit de facteurs du premier degré

Nous pouvons donc utiliser ces résultats pour déterminer le signe d'un produit de facteurs dans un tableau de signe, la dernière ligne se déduit de la règle de produit de signes.

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(2x-1)(x+7) > 0$

CC-BY-SA

Figure 2: [Illustration David Revoy CC-BY 4.0]