0.1 Vecteurs colinéaires

0.1.1 Définition

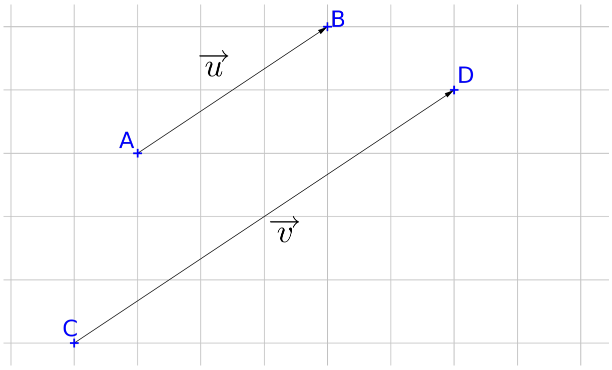
Deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont dit colinéaires lorsqu'ils ont la même direction. Autrement dit, s' il existe un réel k tel que $\overrightarrow{u}=k\overrightarrow{v}$ ou $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$.

Remarques:

- Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.
- Les coordonnées de vecteurs colinéaires sont donc **proportionnelles**.
- k est appelé coefficient de colinéarité.

Exemple 1: $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}3\\12\end{pmatrix}$ sont colinéaires. *Donner une valeur possible pour k.*

Exemple 2: $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires



1. *Donner une valeur possible pour k.*
2. *Tracer sur la figure un vecteur $\overrightarrow{w}$ colinéaire à $\overrightarrow{u}$.*

0.1.2 Propriété

Propriété 1

Dans une base orthonormée $(\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$, soient les vecteurs $\overrightarrow{u}(x;y)$ et $\overrightarrow{v}(x';y')$:

$$\overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ colinéaires } \Leftrightarrow \; xy' - yx' = 0.$$

Démontrons l'implication directe: $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ colinéaires donc il existe un réel k tel que:

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{v}\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$$

Par conséquent: $xy' - yx = x \times ky - y \times kx = 0$.

Exemple 3: Reprenons les deux vecteurs de l'exemple 1: $xy' - yx' = 1 \times 12 - 4 \times 3 = 0$. On peut conclure qu'ils sont colinéaires.

Remarques:

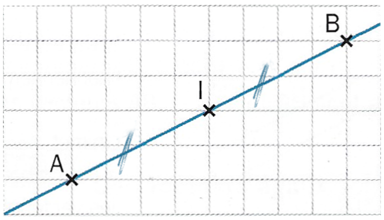
- $xy' - yx$ est appelé déterminant des deux vecteurs.
- Les coordonnées de vecteurs sont proportionnelles, le tableau suivant dans lequel on a écrit les coordonnées des vecteurs est donc un tableau de proportionnalité:

x	x'
y	y'

Vous savez que dans ce cas les produits en croix sont égaux: $xy' = yx'$ ou encore $xy' - yx' = 0$.

Propriété 2

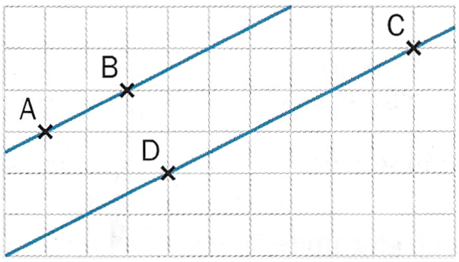
Soient A et B deux points du plan, I milieu de [AB] si et seulement si $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$



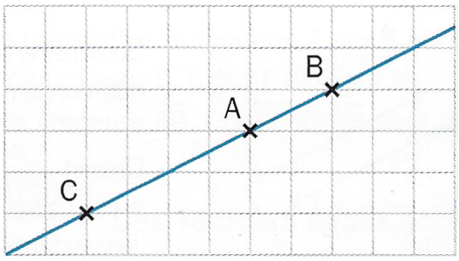
$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$

0.1.3 Conséquences

Les droite (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.



Les points A, B, C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.



Exemple 4: *Démontrer que les points A(8;-2), B(-2; 12), C(3;5) sont alignés.* Indication: calculer les coordonnées de deux vecteurs formés par ces points, par exemple $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.